



SOLUÇÕES CAIXA PARA REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL

Nota Técnica Atuarial

Município de Chopinzinho/PR

Brasília, agosto de 2016.

CAIXA

ÍNDICE

1) Objetivo.....	4
2) Hipóteses Utilizadas.....	4
2.1) Tábuas Biométricas.....	4
2.2) Expectativa de Reposição de Servidores Ativos.....	5
2.3) Composição Familiar.....	5
2.4) Taxa de Juros Real.....	6
2.5) Taxa de Crescimento do Salário por Mérito.....	6
2.6) Projeção de Crescimento Real do Salário por Produtividade.....	7
2.7) Projeção de Crescimento Real dos Benefícios do Plano.....	7
2.8) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Salários.....	7
2.9) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Benefícios.....	7
3) Modalidade dos benefícios assegurados pelo RPPS.....	7
4) Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento por benefício assegurado pelo RPPS.....	8
5) Metodologia de cálculo para cada benefício assegurado pelo RPPS, sua evolução, contribuições e Reservas Matemáticas.....	8
5.1) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição de Capital de Cobertura.....	8
5.1.1) Aposentadoria por Invalidez (e respectiva Reversão em Pensão aos Dependentes).....	8
5.1.2) Pensão por Morte Concedida aos Dependentes do Servidor.....	9
5.2) Expressão de cálculo Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) dos Benefícios a Conceder (BAC) e Benefícios Concedidos (BC) e Custo Normal no Regime de Capitalização.....	10
5.2.1) Benefícios a Conceder (BAC).....	10
5.2.1.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes.....	10
5.2.1.2) Custo Normal da Aposentadoria Normal (com Reversão aos Dependentes).....	11
5.2.2) Benefícios Concedidos (BC).....	11
5.2.2.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes.....	11
5.2.2.2) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria por Invalidez Reversível aos Dependentes.....	12
5.2.2.3) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) da Pensão por Morte.....	13
5.3) Expressão de cálculo do Valor Presente dos Salários Futuros (VPSF).....	13
5.4) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ativo, Aposentado e Pensionista (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos);.....	13
5.5) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente Federativo (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos).....	14
5.6) Expressão de cálculo e evolução das Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder (RMBAC) e Concedidos (RMBC).....	15
5.7) Expressão de cálculo da alíquota de contribuição, segregada por Ente Federativo, por Servidores Ativos, Aposentados e Pensionistas.....	16
5.7.1) Custo Normal Total Líquido.....	16
5.7.2) Custo Suplementar.....	16
5.7.3) Custo Líquido Total (CLT) como Percentual da Folha de Salários.....	17
6) Metodologia de cálculo da Compensação Previdenciária a Receber.....	17
6.1) Benefícios Concedidos.....	17
6.2) Benefícios a Conceder.....	18
7) Financiamento Crescente do Custo Suplementar.....	18
8) Parâmetros da Projeção de Massa.....	19

8.1)	Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções.....	19
8.2)	Probabilidades absolutas	20
8.3)	Outras definições	20
8.4)	Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes	21
8.4.1)	Ativos Atuais.....	21
8.4.2)	Aposentados Atuais.....	21
8.4.3)	Ativos Futuros	21
8.5)	Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste	22
8.5.1)	Projeção dos Ativos Atuais	22
8.5.2)	Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais	22
8.5.3)	Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais.....	23
8.5.4)	Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais.....	23
8.5.5)	Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais.....	23
8.5.6)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais	24
8.6)	Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes	24
8.6.1)	Projeção dos Pensionistas Atuais.....	24
8.6.2)	Projeção dos Aposentados Atuais	25
8.6.3)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais	25
8.7)	Projeção dos ativos futuros e dos grupos formados a partir destes	25
8.7.1)	Projeção de Ativos Futuros.....	25
8.7.2)	Projeção dos Futuros Pensionistas provenientes dos Ativos Futuros	26
8.7.3)	Projeção dos Futuros Aposentados provenientes dos Ativos Futuros.....	26
8.7.4)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados provenientes dos Ativos Futuros 27	
8.7.5)	Projeção dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros	27
8.7.6)	Projeção dos Pensionistas dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros...28	
9)	Referências Bibliográficas	29

1) Objetivo

Esta Nota Técnica Atuarial (NTA) tem por objetivo apresentar as premissas atuariais, financeiras e demográficas utilizadas para a execução da Avaliação Atuarial para o Regime Próprio de Previdência Social dos Servidores Públicos do Município de Chopinzinho/PR, bem como apresentar toda formulação matemática utilizada para o cálculo dos encargos previdenciários. A presente NTA apresenta todos os elementos mínimos previstos no Anexo da Portaria MPS nº 403 de 10 de dezembro de 2008, além do Modelo Matemático para a Projeção de Massa dos servidores públicos (quantitativos, remunerações e benefícios) e das Referências Bibliográficas utilizadas.

2) Hipóteses Utilizadas

Neste item serão apresentadas todas as hipóteses utilizadas na execução da Avaliação Atuarial do Município de Chopinzinho/PR.

2.1) Tábuas Biométricas

As Tábuas Biométricas são tabelas estatísticas que determinam para cada idade, a probabilidade da ocorrência de algum evento específico, a saber: morte, sobrevivência, entrada em invalidez, morte de inválido ou rotatividade (turnover). O quadro a seguir apresenta as Tábuas Biométricas utilizadas neste cálculo atuarial.

Quadro 1: Tábuas Biométricas utilizadas em função do evento gerador

EVENTO GERADOR	TÁBUA
Mortalidade Geral	IBGE - 2013 (Ambos os sexos)*
Sobrevivência	IBGE - 2013 (Ambos os sexos)*
Entrada em Invalidez	ALVARO VINDAS
Mortalidade de Inválidos	IBGE - 2013 (Ambos os sexos)*
Rotatividade	---

* A tábua de mortalidade deverá ser atualizada anualmente quando divulgada pelo IBGE.

Neste trabalho foi utilizada ao invés de uma tábua específica para a rotatividade como função da idade, uma taxa de rotatividade constante de 1,00% ao ano.

2.2) Expectativa de Reposição de Servidores Ativos

A reposição de servidores ativos será considerada apenas para as projeções demográficas e financeiras, não sendo considerada para o cálculo da Reserva Matemática de Benefícios a Conceder (RMBAC).

Para cada servidor ativo que se desligue do plano previdenciário por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a hipótese de reposição deste por um outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, composição familiar, etc). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

Obs: O item 8 desta NTA apresenta o detalhamento de toda a formulação matemática utilizada para a expectativa de reposição dos servidores ativos.

2.3) Composição Familiar

Na ausência de informações com relação à composição do grupo familiar e estado civil do servidor ativo, adotar-se-á as seguintes hipóteses:

- **GRUPO FAMILIAR**: que o homem casa-se, em média, com uma mulher 3 (três) anos mais nova do que ele sendo a recíproca também verdadeira, ou seja, que a mulher casa-se, em média, com um homem 3 (três) anos mais velho. Além disso, considera-se que esse casal possui um filho 30 (trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (anos) anos mais novo que a mulher. Na ausência de informações relativas aos filhos do servidor ativo, considerou-se a existência de um filho 30

(trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (vinte e sete) anos mais novo que a mulher;

- **ESTADO CIVIL:** probabilidade de o servidor ativo estar casado conforme experiência CAIXA¹. O quadro 2 apresenta essas probabilidades por idade.

Quadro 2: Probabilidade do Servidor Ativos estar casado para cada idade dos 25 aos 60 anos

Idade	Probabilidade de Estar Casado (π _x)	Idade	Probabilidade de Estar Casado (π _x)
25	11,7%	43	50,6%
26	20,9%	44	51,3%
27	26,2%	45	51,9%
28	30,0%	46	52,5%
29	33,0%	47	53,1%
30	35,4%	48	53,7%
31	37,4%	49	54,2%
32	39,2%	50	54,7%
33	40,7%	51	55,2%
34	42,1%	52	55,7%
35	43,4%	53	56,2%
36	44,5%	54	56,6%
37	45,6%	55	57,0%
38	46,5%	56	57,5%
39	47,5%	57	57,9%
40	48,3%	58	58,3%
41	49,1%	59	58,6%
42	49,9%	60	59,0%

2.4) Taxa de Juros Real

Foi considerada a taxa real de juros de 6,00% ao ano.

2.5) Taxa de Crescimento do Salário por Mérito

Foi considerada a taxa real de crescimento do salário por mérito de 1,00% ao ano.

¹ Para a construção dessa experiência CAIXA foi utilizado um grande banco de dados com mais de 500.000 servidores ativos de diversos RPPS do Brasil (de Estados, Capitais, Municípios de grande, médio e pequeno porte). Para a construção dessa experiência foram selecionadas apenas as bases de dados com qualidade satisfatória nas informações prestadas. Sempre que novas avaliações atuariais são realizadas para os RPPS's clientes, os dados individuais quando classificados como de boa qualidade, são incorporados a essa experiência.

2.6) Projeção de Crescimento Real do Salário por Produtividade

Foi considerada a taxa real de crescimento do salário por produtividade de 0,0% ao ano.

2.7) Projeção de Crescimento Real dos Benefícios do Plano

Como considera-se apenas a atualização monetária dos benefícios, foi considerada a taxa de crescimento real de benefícios de 0,00% ao ano.

2.8) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Salários

Como a projeção de inflação não foi considerada, o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos salários considerado foi de 100,00%.

2.9) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Benefícios.

Como a projeção de inflação não foi considerada, o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos benefícios considerado foi de 100,00%.

3) Modalidade dos benefícios assegurados pelo RPPS

Os benefícios estão estruturados na modalidade “BENEFÍCIO DEFINIDO”, uma vez que as regras e fórmulas de cálculo dos mesmos já estão definidos quando da entrada do participante no plano.

4) Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento por benefício assegurado pelo RPPS

O quadro a seguir apresenta os Regimes Financeiros utilizados para cada um dos benefícios oferecidos pelo RPPS, bem como o Método de Financiamento² aplicado para os benefícios financiados em capitalização.

Quadro 3: Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento em função do benefício assegurado pelo RPPS

Benefícios do Plano	Regime Financeiro	Método
Aposentadoria por Idade, Tempo de Contribuição e Compulsória	CAP	IEN
Aposentadoria por Invalidez	RCC	-
Pensão por Morte de segurado Ativo	RCC	-
Pensão por Morte de Aposentado por Idade, TC e Compulsória	CAP	IEN
Pensão por Morte de Aposentado por Invalidez	RCC	-

Onde:

RCC = Repartição de Capitais de Cobertura

CAP = Capitalização

IEN = Idade de Entrada Normal

5) Metodologia de cálculo para cada benefício assegurado pelo RPPS, sua evolução, contribuições e Reservas Matemáticas.

5.1) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição de Capital de Cobertura.

5.1.1) Aposentadoria por Invalidez (e respectiva Reversão em Pensão aos Dependentes)

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:

² Para maiores informações acerca dos diversos métodos atuariais de custeio ver Aitken (1996 pp.19-158), Booth et al. (2005 pp.597-605), Iyer (1999 pp.27-36), Scott (1989 pp.17-68) e Winklevoss (1993 pp.140-148).

$${}^i(CN) = \sum l_{x,z,k} s_x * q_x^{(i)} * (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}\ddot{a}_x^i + {}_{21-z}\ddot{a}_{x-k} - \sum_{t=21-z}^w v^t {}_t p_x^{i(*)} * {}_t p_{x-k}) * 13$$

- Para servidores com cônjuge e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$${}^i(CN)_x = \sum l_{x,k} s_x * q_x^{(i)} * (\ddot{a}_x^i + \ddot{a}_{x-k} - \sum_{t=1}^w v^t {}_t p_x^{i(*)} * {}_t p_{x-k}) * 13$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^i(CN)_x = \sum l_{x,z} s_x * q_x^{(i)} * (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}\ddot{a}_x^i) * 13$$

- Para os servidores que não possuem dependentes, a fórmula utilizada foi:

$${}^i(CN)_x = (\sum l_x s_x * q_x^{(i)} * \ddot{a}_x^i) * 13$$

5.1.2) Pensão por Morte Concedida aos Dependentes do Servidor

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:

$${}^P(CN) = \sum l_{x,z,k} s_x * q_x^{(m)} * (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}\ddot{a}_{x-k}) * 13$$

- Para servidores com cônjuge e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$${}^P(CN) = \sum l_{x,k} s_x * q_x^{(m)} * (\ddot{a}_{x-k}) * 13$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^P(CN) = \sum l_{x,z} s_x * q_x^{(m)} * (\ddot{a}_{\overline{21-z}|}) * 13$$

5.2) Expressão de cálculo Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) dos Benefícios a Conceder (BAC) e Benefícios Concedidos (BC) e Custo Normal no Regime de Capitalização

No cálculo foram utilizadas as seguintes premissas:

- **Método de Financiamento:** Idade de Entrada Normal - (*Entry Age Method – Group*);
- **Metodologia Básica:** Custo *Prorata* (calculado como percentual constante da folha de salários);
- **Déficit Técnico Inicial:** Explícito (esta metodologia permite a mensuração do déficit técnico inicial de forma separada do custo normal);

5.2.1) Benefícios a Conceder (BAC)

5.2.1.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$${}^rVPBF_{ry} = B_r * {}_{r-y}p_y^{(T)} * v^{r-y} * (\ddot{a}_r + a_r | r - k * \pi(r)) * 13$$

Onde:

r = idade de aposentadoria;

y = idade de admissão;

B_r = valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria;

${}_{r-y}p_y^{(T)}$ = probabilidade de um indivíduo admitido com idade y chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r ;

v^{-y} = fator de desconto financeiro da idade de admissão y até a idade de aposentadoria r ;

$\pi(r)$ = probabilidade do indivíduo estar casado na idade de aposentadoria r .

5.2.1.2) Custo Normal da Aposentadoria Normal (com Reversão aos Dependentes)

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$${}^r(CN) = \left[\frac{\sum l_{r,x,y} \cdot {}^r(VPBF)_{ry}}{13 * \left[\sum l_{r,x,y} \cdot S_y * {}^s\ddot{a}_{y:\overline{r-y}|} \right]} \right] * 13 * \left(\sum l_{x,y} S_{x,y} \right)$$

Onde:

- \sum = Soma de todas as combinações relacionadas à idade de admissão, à idade atual e à idade de aposentadoria projetada, de um determinado grupo de servidores ativos;
- $l_{r,x,y}$ = Quantitativo de servidores admitidos com idade y , atualmente com idade x e idade estimada de aposentadoria igual a r ;
- S_y = Salário na idade de admissão y ;

- ${}^s\ddot{a}_{y:\overline{r-y}|} = \sum_{t=y}^{r-1} \frac{S(t)}{S(y)} * {}_{t-y}p_y \cdot v^{t-y} =$ Anuidade temporária, referente

a um servidor ativo com idade y , desde a idade de admissão y até a idade $r-1$, considerando o ambiente multidecremental;

- $S_{x,y}$ = Salário de um servidor com idade atual x , admitido com idade y ;

5.2.2) Benefícios Concedidos (BC)

5.2.2.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade z inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{aposen} (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * (\ddot{a}_{21-z} + 21-z \ddot{a}_{x; x-k})$$

- Para os servidores com cônjuge e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$${}^{aposen} (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * (\ddot{a}_{x; x-k})$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z inferior a 21 anos e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$${}^{aposen} (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * (\ddot{a}_{\overline{21-z}} + 21-z \ddot{a}_x)$$

Onde:

- B_x = representa o valor do benefício mensal de aposentadoria.

5.2.2.2) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria por Invalidez Reversível aos Dependentes

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com pelo menos um filho com idade z inferior a 21 anos e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$${}^{aposen-inválidos} (VPBF)_x = \sum l_{x,z} B_x * 13 * (\ddot{a}_{\overline{21-z}} + 21-z \ddot{a}_x^i)$$

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade z inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{aposen-inválidos} (VPBF) = \sum l_{x,z,k} B_x * 13 * (\ddot{a}_{\overline{21-z}} + 21-z \ddot{a}_x^i + 21-z \ddot{a}_{x-k} - \sum_{t=21-z}^w v^t p_x^{i(*)} * t p_{x-k})$$

- Para os servidores com cônjuge e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$${}^{aposen-inválidos} (VPBF)_x = \sum l_{x,k} B_x * 13 * (\ddot{a}_x^i + \ddot{a}_{x-k} - \sum_{t=0}^{w-x} v^t p_x^{i(*)} * t p_{x-k})$$

5.2.2.3) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) da Pensão por Morte

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Nos casos em que a pensão é concedida ao cônjuge e ao filho com idade z inferior a 21 anos, a fórmula utilizada foi:

$$pensão (VPBF) = \sum l_{x, z} B_x * 13 * (\ddot{a}_{21-z} + 21-z \ddot{a}_{x-k})$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$pensão (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * \ddot{a}_{x-k}$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao filho com idade inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$pensão (VPBF) = \sum l_z B_x * 13 * (\ddot{a}_{21-z})$$

5.3) Expressão de cálculo do Valor Presente dos Salários Futuros (VPSF)

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$VPSF = \sum l_{r, x} S_x * \ddot{a}_{x:r-x}^{(T)}$$

5.4) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ativo, Aposentado e Pensionista (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos);

No cálculo foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Para os Benefícios a Conceder:

$$VPCF_{ATIVOS} = {}^R(CN) \% \times VPSF \times \frac{11\%}{T(CN) \%} + {}^{BaC}VPCF_{APOS - PENS}$$

$${}^{BaC}VPCF_{APOS - PENS} = {}^{BaC}VPCF_{APOS} + {}^{BaC}VPCF_{PENS}$$

$${}^{BaC}VPCF_{APOS} = 11 \% \times {}^{BaC}VPBF_{TETO}$$

$${}^{BaC}VPCF_{PENS} = 11 \% \times {}^{BaC}VPBF_{TETO}$$

Considera-se o cálculo do ${}^{BaC}VPBF_{TETO}$ apenas o valor que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS) para os Benefícios Futuros dos atuais servidores ativos.

- Para os Benefícios Concedidos:

$$VPCF_{APOSENT} = 11 \% \times VPBF_{TETO}$$

$$VPCF_{PENS} = 11 \% \times VPBF_{TETO}$$

Onde o cálculo do $VPBF_{TETO}$ está descrito no item 5.2.2), substituindo-se apenas o valor integral do benefício pela parcela deste que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS).

5.5) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente Federativo (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos)

Para os Benefícios Concedidos, não há contribuição do Ente Federativo. Para os Benefícios a Conceder, o Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente, equivale a:

- Para os Benefícios a Conceder:

$$VPCF_{ENTE} = {}^R(CN) \% \times VPSF - VPCF_{ATIVOS}$$

5.6) Expressão de cálculo e evolução das Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder (RMBAC) e Concedidos (RMBC)

- Para os Benefícios a Conceder:

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$${}^rVPBF_x = B_r * {}_{r-x}p_x^{(T)} * v^{r-x} * (\ddot{a}_r + a_r | x - k * \pi(x)) * 13$$

Onde:

r = idade de aposentadoria;

x = idade atual do servidor;

B_r = valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria;

${}_{r-x}p_x^{(T)}$ = probabilidade de um indivíduo admitido com idade x chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r ;

v^{r-x} = fator de desconto financeiro da idade de admissão x até a idade de aposentadoria r ;

$\pi(x)$ = probabilidade de o indivíduo estar casado na idade de aposentadoria r .

Para o cálculo dessas Reservas Matemáticas foi utilizado o método chamado prospectivo³, que equivale à diferença entre o Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) e o Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF). Para tanto foram utilizadas as seguintes fórmulas:

$$RMBaC = {}^rVPBF_x - (VPCF_{ATIVOS} + VPCF_{ENTE})$$

- Para os Benefícios Concedidos:

$$RMBC = VPBF_{APOSENT} + VPBF_{PENS} - VPCF_{APOSENT} - VPCF_{PENS}$$

³ Ver Ferreira (1985, vol IV, pp. 355-62).

A soma da RMBAC com a RMBC constitui o Passivo Atuarial (PA) do sistema previdenciário.

5.7) Expressão de cálculo da alíquota de contribuição, segregada por Ente Federativo, por Servidores Ativos, Aposentados e Pensionistas

5.7.1) Custo Normal Total Líquido

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$${}^T(CN) = {}^i(CN) + {}^p(CN) + {}^r(CN) + {}^{SF}(CN) + {}^{AD}(CN) + {}^{AR}(CN)$$

O Custo Normal Total Líquido (não incluídas as despesas administrativas) definido como percentual da folha de salários é dado pela seguinte fórmula:

$${}^T(CN)_{\text{percentual}} = \frac{\sum_{x=1}^w * l_x * \text{Salário}_{\text{médio}}(x)}{13 * \sum l_x S_x}$$

5.7.2) Custo Suplementar

O Passivo Atuarial Infundado (PAI) em um ano t corresponde a diferença entre o Passivo Atuarial e os Ativos Financeiros do plano previdenciário, ou seja:

$$(PAI)_t = (PA)_t - (Ativos _ Financeiros)_t$$

A Portaria nº 403, de 11 de dezembro de 2008, estabelece que o Passivo Atuarial Infundado deve ser amortizado em um prazo não superior a 35 anos, desta forma o custo previdenciário será composto pelo Custo Normal e o Custo Suplementar (CS) resultado da amortização do PAI. Assim temos:

$$(CS) = \frac{PAI}{13 * \ddot{a}_{\overline{35}|}}$$

O Custo Suplementar definido como percentual da folha de salários é representado pela seguinte fórmula:

$$(CS)_{percentual} = \frac{(CS)}{13 * \sum l_x S_x}$$

5.7.3) Custo Líquido Total (CLT) como Percentual da Folha de Salários

$${}^T (CLT)_{percentual} = (CS)_{percentual} + {}^T (CN)_{percentual}$$

6) Metodologia de cálculo da Compensação Previdenciária a Receber

A estimativa de Compensação Previdenciária poderá ser considerada como Ativo do Plano caso o RPPS possua convênio ou acordo de cooperação técnica em vigor para operacionalização da compensação previdenciária com os regimes de origem.

Como não consta da base cadastral os valores das remunerações de cada servidor no período a compensar com o regime previdenciário de origem, o cálculo do valor individual a receber é realizado com base no valor médio per capita dos requerimentos já deferidos, vigentes na data-base da avaliação, conforme a fórmula a seguir:

6.1) Benefícios Concedidos

$${}^{BC} (VPComp_{prev} F) = VPBF \times \frac{Rec.COMPREV}{Folha_{apostent}}$$

Onde:

VPBF = Valor Presente dos Benefícios Futuros dos atuais aposentados e pensionistas

Rec. COMPREV = Receita de Compensação Previdenciária referente aos dois exercícios anteriores ao da realização desta avaliação atuarial

Folha aposent = Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente aos dois exercícios anteriores ao da realização desta avaliação atuarial

6.2) Benefícios a Conceder

$${}^{BaC} (VPCompF) = \sum_i VPBF_{Aposent-Fut-i} \times \frac{Ben.Med.INSS}{Salário_i} \times \frac{TCINSS_i}{TCINSS_i + TCRPPS_i}$$

Onde:

VPBF_{Aposent-Fut-i} = Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias futuras do servidor “i”

Ben.Med.INSS = valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Instituto Nacional do Seguro Social – INSS

Salário_i = Salário Mensal do servidor “i”

TCINSS_i = Tempo de contribuição do servidor “i” ao Instituto Nacional do Seguro Social - INSS

TCRPPS_i = Tempo de contribuição do servidor “i” ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do município.

Observação 1: A fração $\frac{Ben.Med.INSS}{Salário_i}$ é limitada a 1

7) Financiamento Crescente do Custo Suplementar

Nesta metodologia, o financiamento do Déficit Atuarial foi elaborado através de um financiamento crescente.

O Saldo Inicial a ser financiado equivale ao Déficit Atuarial identificado no Cálculo Atuarial.

O Pagamento a cada ano equivale a multiplicação da Alíquota Suplementar indicada para aquele ano pelo valor da folha anual de salários dos servidores ativos, projetada para o mesmo ano.

O Saldo Final a cada ano equivale ao Saldo Inicial do mesmo ano, subtraído do pagamento para aquele mesmo ano.

O Saldo Inicial do segundo ano em diante, equivale ao saldo inicial do ano anterior, multiplicado por $1 + i$, onde i representa a taxa de juros utilizada no estudo.

8) Parâmetros da Projeção de Massa

O Modelo da Projeção de Massa estima o quantitativo de servidores ativos, aposentados e dos pensionistas atuais e futuros em cada ano, bem como suas respectivas remunerações e benefícios.

Entretanto, não basta saber quais os valores de despesas ou contribuições que ocorrerão futuramente, é fundamental garantir que os valores das contribuições futuras sejam suficientes para garantir os futuros benefícios dos servidores atuais e futuros, além dos benefícios de seus respectivos dependentes.

Além disso, é importante definir um percentual de contribuição que não sofra grandes oscilações ao longo do tempo e que garanta o Equilíbrio Financeiro e Atuarial do plano previdenciário.

8.1) Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções

Foram utilizadas as seguintes probabilidades fundamentais nas projeções atuariais:

- q_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer antes de atingir a idade $x+1$;

- q_x^i = probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x+1$;
- w_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x se exonerar antes de atingir a idade $x+1$;
- i_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x+1$;
- r_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x+1$;

8.2) Probabilidades absolutas

As probabilidades fundamentais são as bases para a determinação das probabilidades absolutas. Enquanto as probabilidades fundamentais consideram os eventos de forma isolada, as probabilidades absolutas consideram as interações existentes entre os eventos. Foram utilizadas as seguintes probabilidades absolutas nas projeções atuariais:

- $q^{aa}_{(x)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) falecer em antes de atingir a idade $x+1$;
- $w'_{(x)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se exonerar antes de atingir a idade $x+1$;
- $i'_{(x)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se invalidar antes de atingir a idade $x+1$;
- $r'_{(x)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se aposentar antes de atingir a idade $x+1$;
- $q^{T}_{(x)}$ = probabilidade de um servidor de idade (x) se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria;

8.3) Outras definições

As definições abaixo serão utilizadas nas fórmulas descritas a seguir:

- x = idade atual do servidor;
- $\beta_{(x)}$ = probabilidade de um servidor de idade x estar casado;
- k = diferença etária entre o servidor e seu cônjuge;

- y = idade de admissão;
- **CrescSal** = crescimento real anual de salário;
- **SalInicial** = valor do salário na época da admissão.

8.4) Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes

8.4.1) Ativos Atuais

Aos ativos atuais, foram aplicados os fatores de decremento $q^{\prime}x$ até a extinção do grupo.

Através da aplicação dos fatores $r^{\prime}(x)$, $q^{aa}(x)$, $i^{\prime}(x)$ o grupo de ativos atuais gerou os seguintes subgrupos:

- novos aposentados dos ativos atuais;
- novos pensionistas dos ativos atuais; e
- novos inválidos dos ativos atuais.

Aplicando-se os fatores $q(x)$ e $q^i(x)$ aos grupos de aposentados dos ativos atuais e inválidos dos ativos atuais respectivamente, novos grupos de pensionistas são gerados.

8.4.2) Aposentados Atuais

Aos aposentados atuais, foi aplicado o fator de decremento $q(x)$ até que este grupo se extinguisse, gerando os novos pensionistas dos aposentados atuais.

Aos pensionistas atuais foi aplicado o fator de decremento $q(x)$ até que este grupo se extinguisse.

8.4.3) Ativos Futuros

O grupo de ativos futuros é gerado em função da extinção do grupo de ativos atuais. Para cada servidor ativo que se desligue do plano previdenciário por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a

hipótese de reposição deste por um outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, grupo familiar, etc). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

8.5) Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste

8.5.1) Projeção dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de servidores ativos em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumAti$):

$$NumAti(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (1 - q^T(x))$$

- Soma de Salários de Ativos em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomSalAti$):

$$SomSalAti(x+1; t+1) = NumAti(x+1; t+1) * (SomSalAti(x; t) * (1 + CrescSal))$$

8.5.2) Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($NumPens$):

$$NumPens(x-k+1; t+1) = NumPens(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumAti(x; t) * q^{aa}(x) * \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($SomBenPens$):

$$SomBenPens(x-k+1; t+1) = SomBenPens(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumAti(x; t) * q^{aa}(x) * \beta(x) * (SomSalAti(x+1; t+1))$$

8.5.3) Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumInv$):

$$NumInv(x+1; t+1) = NumInv(x; t) * (1 - q^i(x)) + NumAti(x; t) * (i'(x))$$

- Soma de benefícios de inválidos em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomBenInv$):

$$SomBenInv(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (SomSalAti(x; t) * (1 + CrescSal)) * (i'(x)) + SomBenInv(x; t) * (1 - q^i(x))$$

8.5.4) Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($NumPensInv$):

$$NumPensInv(x-k+1; t+1) = NumPensInv(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumInv(x; t) * q^i(x) * \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($SomBenPensInv$):

$$SomBenPensInv(x-k+1; t+1) = SomBenPensInv(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumInv(x; t) * q^i(x) * \beta(x) * SomBenInv(x; t)$$

8.5.5) Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumApos$):

$$NumApos(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (1 - qx) + (NumAti(x; t) * r'(x))$$

- Soma de Benefícios de Aposentados em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomBenApos$):

$$SomBenApos(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (SomSalAti(s; t) * (1 + CrescSal)) * (r'(x)) + SomBenApos(x; t) * (1 - qx)$$

8.5.6) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($NumPensApos$):

$$NumPensApos(x-k+1; t+1) = NumPensApos(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumApos(x; t) * (qx) * \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($SomBenPensApos$):

$$SomBenPensApos(x-k+1; t+1) = SomBenPensApos(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + (qx) * \beta(x) * SomBenApos(x; t)$$

8.6) Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes

8.6.1) Projeção dos Pensionistas Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumPensAt$):

$$NumPensAt(x+1; t+1) = NumPensAt(x; t) * (1 - q(x))$$

- Soma de Benefícios dos Pensionistas Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomBenPensAt$):

$$SomBenPensAt(x+1; t+1) = SomBenPens(x; t) * (1 - q(x))$$

8.6.2) Projeção dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumAposAt$):

$$NumAposAt(x+1; t+1) = SomBenApos(x; t) * (1 - q(x))$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomBenAposAt$):

$$SomBenAposAt(x+1; t+1) = SomBenApos(x; t) * (1 - q(x))$$

8.6.3) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas dos Aposentados atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($NumPensAposAt$):

$$NumPensAposAt(x-k+1; t+1) = NumPensAposAt(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumAposAt(x; t) * q(x) * \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($SomBenPensAposAt$):

$$SomBenPensAposAt(x-k+1; t+1) = SomBenPensInatAt(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + q(x) * \beta(x) * SomBenAposAt(x; t)$$

8.7) Projeção dos ativos futuros e dos grupos formados a partir destes

8.7.1) Projeção de Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Ativos Futuros em t com idade y ($NumAtFut$):

$$NumAtFut(y;t) = 1 - q^{T(x+t)} - \sum p = 0..t NumAtFut(y+p, p)$$

- Número de Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ ($NumAtFut$):

$$NumAtFut(y+t+1;t+1) = NumAtFut(y+t;t) * (1 - q^{T(y+t)})$$

- Soma dos Salários dos Servidores Ativos Futuros em t com idade y :

$$SomaSalAtFut(y;t) = NumAtFut(y;t) * SalInicial$$

- Soma dos Salários dos Servidores Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ ($SomaSalAtFut$):

$$SomaSalAtFut(y+t+1;t+1) = SomaSalAtFut(y+t;t) * (1 + CrescSal)$$

8.7.2) Projeção dos Futuros Pensionistas provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($NumPensAtFut$):

$$NumPensAtFut(y+t-k+1;t+1) = NumAtFut(y+t;t) * (1 - q'(y+t)) + NumPensAtFut(y+t-k;t) * (1 - q(y+t))$$

- Soma dos Benefícios dos Pensionistas dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($SomaBenPensAtFut$):

$$SomaBenPensAtFut(y+t-k+1;t+1) = NumAtFut(y+t;t) * (1 - q'(y+t)) * (1 + crescSal) + NumPensAtFut(y+t-k;t) * (1 - q(y+t)) * SomaBenPensAtFut(y+t-k;t)$$

8.7.3) Projeção dos Futuros Aposentados provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ ($NumAposAtiFut$):

$$NumAposAtiFut(y+t+1;t+1) = NumAposAtiFut(y+t+1;t+1) * (1 - q(y+t)) + NumAtFut(y+t;t) * (i'(y+t))$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ (*SomBenAposAtFut*):

$$SomBenAposAtFut(y+t+1;t+1) = SomBenApos(y+t;t) * (1 - q(y+t))$$

8.7.4) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ (*NumPensAposAtFut*):

$$NumPensAposAtFut(y+t-k+1;t+1) = NumPensApos(y+t-k;t) * (1 - q(y+t+k)) + NumAposAtiFut(y+t;t) * (q(y+t)) * \beta(y+t)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ (*SomBenPensAposAtFut*):

$$SomBenPens \ AposAtFut \ (y+t-k+1;t+1) = SomBenPens \ Apos \ (y+t-k;t) * (1 - q(y+t-k)) + (q(y+t)) * \beta(x) * SomBenApos \ AtFut \ (y+t;t)$$

8.7.5) Projeção dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $x+1$ (*NumInvAtFut*):

$$NumInvAtFut(y+t+1;t+1) = NumInvAtFut(y+t;t) * (1 - q^i(y+t)) + NumAti(y+t;t) * (i'(y+t))$$

- Soma de Benefícios de Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ (*SomBenInvAtFut*):

$$SomBenInvAtFut(y+t+1;t+1) = NumAtiFut(y+t;t) * (SomSalAti(y+t;t) * (1 + CrescSal) * (i'(y+t)) + SomBenInvAtFut(y+t;t) * (1 - q^i(x)))$$

8.7.6) Projeção dos Pensionistas dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($NumPensInvAtFut$):

$$NumPensInvAtFut(x-k+1;t+1) = NumPensInvAtFut(y+t-k;t) * (1-q(y+t-k)) + NumInv(y+t;t) * (y+t) * \beta(y+t)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($SomBenPensInvAtFut$):

$$SomBenPensInvAtFut(y+t-k+1;t+1) = SomBenPensInvAtFut(y+t-k;t) * (1-q(y+t-k)) + NumInvAtFut(y+t;t) * q^i(y+t) * \beta(y+t) * SomBenInvAtFut(y+t;t)$$

O procedimento de cálculo descrito é aplicado a cada servidor ativo, inativo e para os pensionistas, considerando suas características e de seus dependentes como: idade de admissão, idade atual, idade de aposentadoria, sexo, estado civil, idade do cônjuge, idade do filho, remuneração e benefício.

Após a realização dos cálculos para cada um dos participantes, estes resultados são agrupados em função das projeções anuais e consolidados conforme os itens anteriormente descritos.

Thiago Fernandes
Miba 100.002

9) Referências Bibliográficas

- **AITKEN, William H. (1996)** “*A Problem-Solving Approach to Pension Funding and Valuation*” *Second Edition*
- **BOOTH, Philip, CHADBURN, Robert, HABERMAN, Steven, JAMES, Dewi, KHORASANEE, Zaki, PLUMB, Robert H. and RICKAYZEN, Ben (2005)** “*Modern Actuarial Theory and Practice*” *Second Edition* – Chapman & Hall / CRC.
- **BOWERS, Newton L. , GERBER, Hans U. , HICKMAN, James C. , SONES, Donald A. and NESBIT, Cecil J. (1986)** “*Actuarial Mathematics*”, First Edition, published by SOA – Society of Actuaries, 1986.
- **FERREIRA, Weber J. (1985)** “Coleção introdução à Ciência Atuarial”, Rio de Janeiro, IRB, 1985, 4v.
- **IYER, Subramaniam (1999)** “*Actuarial Mathematics of Social Security Pensions*” - *International Labour Office (December 1, 1999)*.
- **SCOTT, Elaine A. (1989)** “*Simple Defined Benefit Plans: Methods of Actuarial Funding*”
- **SPIEGEL, Murray R., SCHILLER, John J. e SRINIVASAN, R. Alu.(2004)** “*Teoria e problemas de probabilidade e estatística*” 2ª edição – (Coleção Schaum)
- **WINKLEVOSS, Howard E. (1993)** “*Pension mathematics with numerical illustrations*” *Second edition. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania.*